

MAT 304 DİFERANSİYEL GEOMETRİ II DERSİ KISA SINAV SORULARI

11.04.2022

1) $\alpha(s) = \left(\frac{3}{5} \sin s, \frac{4}{5} \sin s, 2 - \cos s \right)$ eğrisinin

a) T, N, B Frenet 3-ayaklısını bulunuz. (50 Puan)

b) κ eğriliğini ve τ burulmasını bulunuz. (30 Puan)

c) Eğrisinin $\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)$ noktasındaki oskütatör düzleminin denklemini bulunuz. (20 Puan)

Prof. Dr. İsmail AYDEMİR

= CEVAP ANAHTARI =

α eğrisi yay parametresi midir?

$\alpha'(s) = \left(\frac{3}{5} \cos s, \frac{4}{5} \cos s, \sin s \right)$ olup

$\|\alpha'(s)\| = \sqrt{\frac{9}{25} \cos^2 s + \frac{16}{25} \cos^2 s + \sin^2 s} = \sqrt{\cos^2 s + \sin^2 s} = 1$

olduğundan s yay parametresidir. (1 birim hızıdır.) Böylece

a) $T(s) = \alpha'(s) = \left(\frac{3}{5} \cos s, \frac{4}{5} \cos s, \sin s \right)$

dur
 $N(s) = \frac{\alpha''(s)}{\|\alpha''(s)\|}$ birimindedir.

$\alpha''(s) = \left(-\frac{3}{5} \sin s, -\frac{4}{5} \sin s, \cos s \right)$

dur

$\|\alpha''(s)\| = \sqrt{\frac{9}{25} \sin^2 s + \frac{16}{25} \sin^2 s + \cos^2 s} = \sqrt{\sin^2 s + \cos^2 s} = 1$

dur. Böylece

$N(s) = \alpha''(s) = \left(-\frac{3}{5} \sin s, -\frac{4}{5} \sin s, \cos s \right)$

bulunur

$B(s) = T(s) \times N(s) = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ \frac{3}{5} \cos s & \frac{4}{5} \cos s & \sin s \\ -\frac{3}{5} \sin s & -\frac{4}{5} \sin s & \cos s \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow B(s) = e_1 \left[\frac{4}{5} \cos^2 s + \frac{4}{5} \sin^2 s \right] - e_2 \left[\frac{3}{5} \cos^2 s + \frac{3}{5} \sin^2 s \right] + e_3 \left[-\frac{12}{25} \sin s \cos s + \frac{12}{25} \sin s \cos s \right]$$

$$= \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}, 0 \right)$$

bulunur.

b) $T'(s) = \kappa(s) \cdot N(s) \Rightarrow \alpha''(s) = \kappa(s) \cdot \alpha'(s) \Rightarrow \kappa(s) = 1$ bulunur.

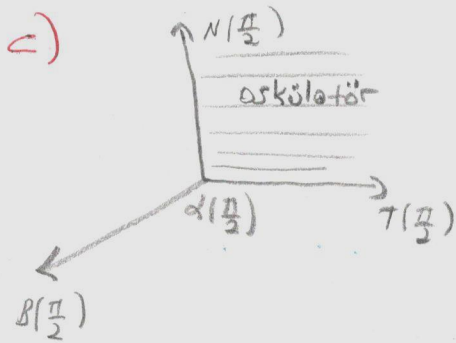
" $\kappa(s) = \|\alpha''(s)\| \Rightarrow \kappa(s) = 1$ "

$$B'(s) = -\tau(s) \cdot N(s) \Rightarrow \frac{d}{ds} \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}, 0 \right) = -\tau(s) \left(-\frac{3}{5} \sin s, -\frac{4}{5} \sin s, \cos s \right)$$

$$\Rightarrow (0, 0, 0) = -\tau(s) \left(-\frac{3}{5} \sin s, -\frac{4}{5} \sin s, \cos s \right)$$

$$\Rightarrow \tau(s) = 0$$

bulunur.



$B(\frac{\pi}{2})$ oskulator düzleme dik bir vektördür. O halde

5. $B(\frac{\pi}{2})$ bu düzlemin normal vektörü olarak

alınabilir. Ayrıca $\alpha(\frac{\pi}{2}) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 2 \right)$ olur.

$(4, -3, 0)$ normalli düzlemin denklemi

$4x - 3y + d = 0$ olur $\alpha(\frac{\pi}{2}) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 2 \right)$ bu düzlemde bir noktada olduğundan

$$\frac{12}{5} - \frac{12}{5} + d = 0 \Rightarrow d = 0$$

olup $\alpha(\frac{\pi}{2})$ noktasındaki oskulator düzlemin denklemi

$$4x - 3y = 0$$

bulunur.